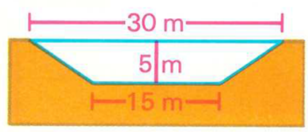
Jochen Weber

Aufgaben zum Rauminhalt von Prismen

1 Für den Bau einer Straße muss auf einer Länge von 350m die in folgender Figur angegebene Erdschneise ausgehoben werden.
Berechnen Sie, wie viel m^3 Erde abtransportiert werden muss.



2 Ein gerades Prisma hat als Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Kathete b viermal so lang ist wie die Kathete a. Die Höhe des Prismas ist dreimal so lang wie die Kathete a. Verlängert man nun diese Höhe um 1 cm, so entsteht ein gerades Prisma mit einem um 128 cm^3 größeren Volumen.
Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche der beiden Prismen.

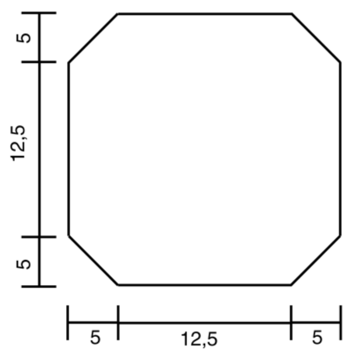
3.0 Die Grundfläche eines 8 cm langen Glasprismas ist ein rechtwinkliges Dreieck mit 36 mm und 25 mm langen Katheten.

3.1 Berechnen Sie den Rauminhalt und die Oberfläche des Prismas.

3.2 Bestimmen Sie, wie viel das Prisma wiegt, wenn 1 cm^3 Glas 2,7 g wiegt.

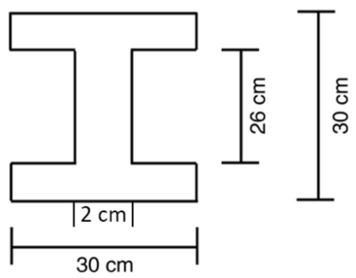
4 Der Querschnitt eines 4,8 m langen Holzbalkens (0,6 g je cm^3) ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 24 cm.
Berechnen Sie die Masse des Balkens.

5 Eine Säule aus Marmor (2,8 g je cm^3) von der Höhe h = 4,20 m hat die in folgender Figur angegebene Grundfläche (Maße in cm).
Berechnen Sie die Masse der Säule.



6 $\frac{2}{3}$ einer Säule ragen aus dem Boden. Das Volumen dieses Teils der Säule beträgt 8,91 m^3.
5,5 m der Säule stecken im Boden.
Berechnen Sie die Seitenlängen der quadratischen Grundfläche.

7 Für größere Stürze reichen bei einem Bau wegen der Statik Betonträger nicht mehr aus.
Es werden dann Stahlträger mit einer Form wie in folgender Figur benutzt.
Berechnen Sie, wie schwer der Stahlträger für einen Sturz mit der Breite 2,50 m ist, wenn die Auflage auf jeder Seite 30 cm beträgt und ein cm^3 Stahl 7,7 g wiegt.



8.0 Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche eines Prismas mit einer Höhe von 12,5 cm.

8.1 Das Prisma hat als Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit 6 cm Seitenlänge.

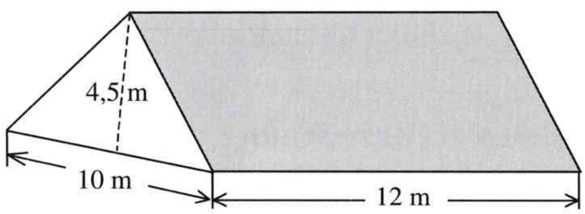
8.2 Das Prisma hat als Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen 3 cm und 4 cm.

9.0 Ein Prisma hat ein Volumen von 576 cm^3, eine Höhe von 16 cm und als Grundfläche

9.1 ein Quadrat; Bestimmen Sie die Seitenlängen des Quadrats.

9.2 ein Parallelogramm mit einer Höhe von 4,5 cm; Bestimmen Sie die Länge der zugehörigen Parallelogrammseite.

10.0 Berechnen Sie für das abgebildete Satteldach



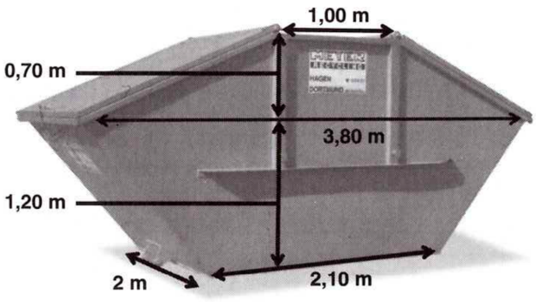
10.1 das Volumen des Dachraumes.

10.2 die Dachneigung.

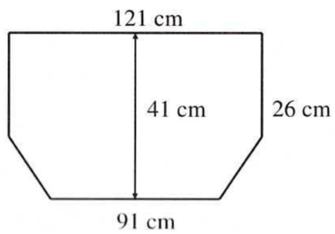
10.3 die Dachfläche.

Jochen Weber

11 Das Fassungsvermögen des abgebildeten Absetzcontainers ist mit $10\,m^3$ angegeben.
Überprüfen Sie diese Angabe.



12.0 Ein 55 cm langes Aquarium hat die Form eines geraden Prismas.
Der Querschnitt der Vorderfläche des Prismas ist in folgender Abbildung dargestellt.



12.1 Bestimmen Sie, wie viel Liter in das Aquarium gehen.

12.2 Berechnen Sie die Glasfläche des oben offenen Prismas.

12.3 Das Aquarium darf aus Sicherheitsgründen höchstens mit 230 Liter Wasser gefüllt werden.
Bestimmen Sie, in welcher Höhe eine Kennzeichnung des maximalen Wasserstandes angebracht werden muss.

Lösungen

1

$$V_{Prisma} = A_{Trapez} \cdot 350m \;\Rightarrow A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h_{Trapez}$$

$$\Rightarrow A_{Trapez} = \frac{1}{2}(30m+15m) \cdot 5m = 112{,}5m^2$$

$$\Rightarrow V_{Prisma} = 112{,}5m^2 \cdot 350m = 39375m^3$$

2

$$V_{altes\,Prisma} = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4a \cdot 3a = 6a^3$$

$$V_{neues\,Prisma} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4a \cdot (3a+1) = 6a^3 + 2a^2$$

$$\Rightarrow 6a^3 + 128 = 6a^3 + 2a^2 \;\Rightarrow 2a^2 = 128 \;\Rightarrow a^2 = 64 \;\Rightarrow a = 8$$

$$\Rightarrow V_{altes\,Prisma} = 6 \cdot 8^3 = 3072cm^3 \qquad V_{neues\,Prisma} = 6 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 = 3200cm^3$$

Oberfläche des alten Prismas: Grundfläche ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a = 8 cm und b = 32 cm; Höhe h = 24 cm

$$O_{altes\,Prisma} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 + 32 \cdot 24 + 33 \cdot 24 + 8 \cdot 24 = 2008\,cm^2$$

(33 ist die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks)

$$O_{neues\,Prisma} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 8 + 32 \cdot 25 + 33 \cdot 25 + 8 \cdot 25 = 2081\,cm^2$$

3.1

$$V_{Prisma} = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3{,}6 \cdot 2{,}5 \cdot 8 = 36\,cm^3$$

$$O_{Prisma} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3{,}6 \cdot 2{,}5 + 3{,}6 \cdot 8 + 2{,}5 \cdot 8 + 4{,}83 \cdot 8 = 92{,}84\,cm^2$$

(4,38 cm ist die Länge der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks)

3.2 $1\,cm^3 \Rightarrow 2{,}7g \qquad 36\,cm^3 \Rightarrow 36 \cdot 2{,}7g = 97{,}2g$

4

$V_{Holzbalken} = 24 \cdot 24 \cdot 480 = 276480\,cm^3$

$1\,cm^3 \Rightarrow 0{,}6g \quad 276480\,cm^3 \Rightarrow 276480 \cdot 0{,}6g = 165888g = 165{,}888kg$

5 $V_{Säule}$ = G (Achteck) $\cdot 4{,}2m$

$G_{Achteck} = A_{Rechteck} + 2\,A_{Trapez} = 12{,}5cm \cdot 22{,}5cm + 2 \cdot \frac{1}{2}(22{,}5cm + 12{,}5cm) \cdot 5cm = 456{,}25cm^2$

$V_{Säule} = 456{,}25\,cm^2 \cdot 420cm = 191625cm^3 = 191{,}625dm^3$

Masse: $191625cm^3 \cdot 2{,}8\frac{g}{cm^3} = 536550g = 536{,}55kg$

6 5,5 m stecken im Boden ( ), d.h. $\frac{2}{3}$ ragen aus dem Boden heraus, also 11m;

$V = V_{herausragender\ Teil} + V_{Teil\ im\ Boden} = 8{,}91\,m^3 + 4{,}455\,m^3 = 13{,}365\,m^3 = 13365\,dm^3$;

Gesamthöhe = 11m + 5,5 m = 16,5 m = 165 dm;

$V = G \cdot h \Rightarrow G = \frac{V}{h} = \frac{13365dm^3}{165dm} = 81dm^2$;

$A_{Quadrat} = a \cdot a = 81dm^2 \Rightarrow a = 9dm$;

7 $V_{Stahlträger} = G \cdot h$; $G = A_1 + A_2 + A_3 = 30cm \cdot 2cm + 2cm \cdot 26cm + 30cm \cdot 2cm = 172cm^2$;

h = 2,5 m + 30 cm + 30 cm = 310 cm;

$V_{Stahlträger} = 172cm^2 \cdot 310cm = 53320cm^3$;

Masse = $53320cm^3 \cdot 7{,}7\frac{g}{cm^3} = 410564g = 410{,}564kg$;

8.1 $V_{Prisma} = A_{Dreieck} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6cm \cdot 5{,}2cm$ (Höhe im gleichseitigen Dreieck) $\cdot 12{,}5cm$;

$V_{Prisma} = 195\,cm^3$;

Oberfläche = Grundfläche + Deckfläche + Mantel

= $15{,}6\,cm^2 + 15{,}6\,cm^2 + 225\,cm^2 = 256{,}2\,cm^2$;

8.2 $V_{Prisma} = 75\,cm^3$; Oberfläche = $162\,cm^2$;

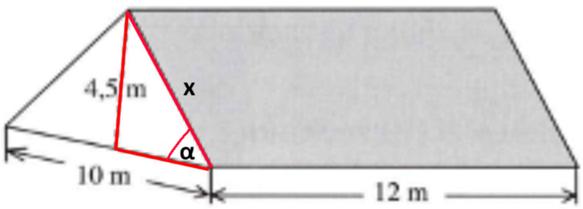
9.1 Ansatz ähnlich wie bei 9.2 $\Rightarrow a = 6cm$;

9.2 $V_{Prisma} = G \cdot h = A_{Parallelogramm} \cdot h \Rightarrow A_{Parallelogramm} = \frac{V_{Prisma}}{h} = \frac{576cm^3}{16cm} = 36cm^2$;

$A_{Parallelogramm} = a \cdot h_a \Rightarrow a = \frac{A_{Parallelogramm}}{h_a} = \frac{36cm^2}{4{,}5cm} = 8cm$;

10.1 $V = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4{,}5 \cdot 12 = 270\,m^3$

10.2



$\tan\alpha = \frac{4{,}5}{5} = 0{,}9 \quad \Rightarrow \alpha \approx 42°$

10.3

$b_{Dachfläche} = \sqrt{4{,}5^2 + 5^2} \approx 6{,}73\,m$

$A_{Dachfläche} = 2 \cdot 6{,}73 \cdot 12 \approx 161{,}52\,m^2$

11

$V = (G_1 + G_2) \cdot h$

$G_1 = \frac{3{,}80 + 2{,}10}{2} \cdot 1{,}20 = 3{,}54\,m^2 \qquad G_2 = \frac{3{,}80 + 1{,}00}{2} \cdot 0{,}70 = 1{,}68 m^2$

$\Rightarrow V = (3{,}54 + 1{,}68) \cdot 2 = 10{,}44\,m^3 \quad \Rightarrow$ Die Angabe passt.

12.1

$V = G \cdot h \qquad G = A_{Trapez} + A_{Rechteck}$

$A_{Trapez} = \frac{91 + 121}{2} \cdot 15 = 1590\ cm^2 \qquad A_{Rechteck} = 121 \cdot 26 = 3146\ cm^2$

$\Rightarrow G = 4736\ cm^2 \qquad \Rightarrow V = 4736 \cdot 55 = 260480\ cm^3 = 260{,}48\ dm^3$ (Liter)

12.2

$A_{Glas} = 2 \cdot G + M \qquad M = U \cdot h = 26 + x + 91 + x + 26$

$x = \sqrt{15^2 + 15^2} \approx 21{,}21\ cm$

$\Rightarrow U = 26 + 21{,}21 + 91 + 21{,}21 + 26 = 185{,}42$

$\Rightarrow M = 185{,}42 \cdot 55 = 10198{,}10\ cm^2$

$\Rightarrow A_{Glas} = 2 \cdot 4736 + 10198{,}10 = 19670{,}1 cm^2$

12.3

$V_{unterer\ Teil} = G \cdot h = 1590 \cdot 55 = 87450\ cm^2$

$V_{oberer\ Teil} = 230000 - 87450 = 142550\ cm^2$

$142550 = 121 \cdot x \cdot 55 \quad \Rightarrow x = 21{,}42\ cm$

In einer Höhe von 15+21,42=36,42 cm muss die Markierung angebracht werden.